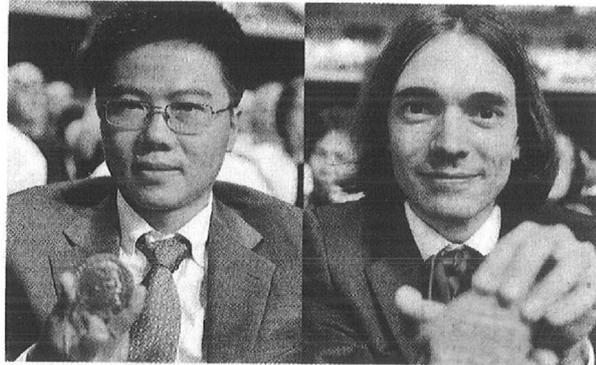


L'école mathématique française de Bourbaki à Grothendieck

Préambule Le texte qui suit est la version écrite d'une conférence donnée à la séance du 13 décembre 2010 de l'Académie Montesquieu. Depuis est paru l'ouvrage de Cédric Villani "Théorème vivant" et aussi un film de Catherine Aira et Yves Le Pestipon intitulé "Alexandre Grothendieck, sur les routes d'un génie" (voir la bibliographie).

1. La médaille Fields (ou le prix Nobel de mathématiques)

A Hyderabad en Inde, le 19 août 2010, lors du congrès international de mathématiques qui a lieu tous les quatre ans, sur les quatre médailles Fields attribuées, deux sont décernées à des français : B. C. Ngô et C. Villani.



B.C. Ngô

C. Villani

La presse s'empare de l'évènement :
Le Monde du 21 août 2010 titre "Maths : l'école française distinguée".
Télérama du 8 septembre 2010 : "Pourquoi les français sont-ils des cracks en maths ?"
TGV magazine de novembre 2010 : "Pourquoi la France vous math tous".

Tout d'abord, qu'est ce que la médaille Fields ?

C'est la plus prestigieuse récompense pour la reconnaissance de travaux en mathématiques, souvent comparée au prix Nobel.

C'est John Charles Fields (1863-1932) qui proposa la création de cette médaille en 1923 lors d'une réunion internationale à Toronto. A sa mort en 1932, il lègue ses biens à la science afin de financer la médaille.

Qu'en est-il véritablement de la comparaison avec le prix Nobel ?

Tout d'abord la médaille existe depuis 1936, le prix depuis 1901 ; la récompense est de 10.000 euros pour la médaille et de 1.000.000 euros pour le prix ; pour recevoir la médaille il faut avoir moins de 40 ans au 1er janvier de l'année en cours, pour le prix, il n'y a pas de condition d'âge ; la

LE DÉBAT

Pourquoi les Français sont-ils des cracks en maths ?

Si les extraterrestres débarquaient sur terre pour constater leur vision des mathématiques à l'échelle des humains, ils seraient d'abord étonnés de se co-

Et une, et deux médailles Fields de plus... Les mathématiciens de l'Hexagone ont confirmé leur titre de champions du monde.

même ordre d'idée : sur 200 conférenciers invités en Inde (la cérémonie de l'été), 26 sont français. Serions-nous génétiquement mieux

LA QUESTION MATHÉMATIQUES

POURQUOI LA FRANCE VOUS MATH TOUS

Et deux médailles Fields de plus ! La France confirme sa place de championne du monde de maths. Mais quel peut bien être le secret de l'excellence française ?

PREMIER. Selon une légende urbaine, madame Nobel aurait bâti son legs avec un mathématicien. Son époux, jaloux, refuse alors de créer un prix dédié aux maths. Depuis, la crème des mathématiciens est récompensée par la médaille Fields, décernée tous les quatre ans à des chercheurs de génie et de moins de 40 ans.
DEUXIÈME. Le 19 août, à Hyderabad, en Inde, où se déroule la cérémonie, deux Français, Cédric Villani, 36 ans, et Ngô Bảo Châu, 35 ans, ont été récompensés.



médaille est décernée tous les quatre ans, le prix tous les ans. Finalement médaille Fields et prix Nobel sont bien différents, toutefois dans les deux cas la récompense est jugée prestigieuse.

Rappelons enfin que le prix Nobel est décerné dans les disciplines suivantes : physique, chimie, physiologie ou médecine, littérature, paix, économie, ainsi donc il n'y a pas de prix Nobel en mathématiques.

Signalons toutefois qu'il y a d'autres prix en mathématiques. Par exemple, le prix Abel existe depuis 2003, il est délivré chaque année par l'académie de Norvège, son montant est d'environ 730.000 euros. Ce prix récompense une œuvre. A Paris, le 24 mai 2000, sous forme d'une conférence au Collège de France, le Clay Mathematics Institute a créé le prix des sept problèmes du millénaire, d'une valeur 1.000.000 de dollars pour chacun ; l'un de ces problèmes, qui s'appelait la conjecture de Poincaré, a été depuis résolu par Perelman.

Qu'est ce que le congrès international de mathématiques qui délivre les médailles Fields ?

C'est une réunion qui a lieu tous les quatre ans (comme un certain nombre de réunions sportives). Le premier congrès date de 1897, c'était à Zurich, la France a accueilli trois fois la réunion internationale. C'était en 1900 à Paris, a cette occasion le célèbre mathématicien allemand Hilbert a présenté ses non moins célèbres 23 problèmes, ensuite il y a eu Strasbourg en 1920 et plus récemment Nice en 1970.

Quel est le bilan des médailles Fields (depuis 1936) attribués à des français : 1950 L. Schwartz, 1954 J. P. Serre, 1958 R. Thom, 1966 A. Grothendieck, 1982 A. Connes, 1994 J. C. Yoccoz et P. L. Lions, 2002 L. Lafforgue, 2006 W. Werner, 2010 C. Villani et B.C. Ngô.

A titre de comparaison, depuis sa création les USA ont obtenu 13 médailles, la France 11 , l'URSS 9 , United Kingdom 5 .

Pourquoi autant de médaillés français ?

Pourquoi y a-t-il en France une école mathématique aussi brillante ? Entre 1930 et 1970 il y a eu création d'une école mathématique française qui est devenue internationalement prépondérante. Nous retiendrons deux moments importants : la naissance de Nicolas Bourbaki et l'ère d'Alexandre Grothendieck, un géant des mathématiques, peut-être le plus grand mathématicien du 20ème siècle

2. L'épopée de Bourbaki ou l'histoire d'un génie mathématique qui n'a jamais existé.

Plusieurs ouvrages ont été écrit sur Nicolas Bourbaki. Certains l'ont été, alors que certains de ses membres fondateurs étaient encore vivants. Actuellement ils sont tous morts, même si l'un d'eux a vécu centenaire. Par ailleurs il y a eu beaucoup d'interview des membres de Bourbaki.

2.1. La Grande Guerre avait décimé les milieux intellectuels et académiques français. Le nombre de diplômés de l'Université française morts au combat était sidérant. Près de la moitié de la génération de diplômés de l'enseignement supérieur des années 1910-1916 avait péri dans le conflit. Il s'ensuivit une période de stagnation, à un moment où le pays aurait eu cruellement besoin de nouvelles idées en matière d'éducation et de mathématiques.

2.2. Aux environs de 1930 les nouveaux professeurs des universités étaient des élèves de l'Ecole Normale Supérieure (ENS) qui venaient de passer un doctorat de mathématiques.

A. Weil entretenait avec les mathématiciens allemands d'excellentes relations, forgées au cours de ses nombreux voyages outre-Rhin, et il savait qu'en dépit des problèmes qu'elles pouvaient rencontrer, les mathématiques allemandes allaient de l'avant.

Il n'y avait pas de raison pour qu'une évolution similaire ne soit pas possible en France. L'élément déclencheur fût, à l'origine, l'absence d'un manuel rigoureux concernant l'enseignement du fameux certificat Calcul différentiel et intégral.

Weil organisa une réunion le 10 décembre 1934 à midi au Café Grill-Room A. Capoulade (qui n'existe plus aujourd'hui, son emplacement étant désormais occupé par un fast-food), au 63, boulevard Saint-Michel, à l'angle de la rue Soufflot, en face des magnifiques jardins du Luxembourg, non loin du Panthéon, au cœur du Quartier Latin.

Les jeunes mathématiciens Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, René de Possel et André Weil se réunirent au sous-sol de ce café. A eux six, ils représentaient les universités de Strasbourg, Nancy, Rennes et Clermont-Ferrand. Tous se trouvaient dans la capitale pour un congrès de mathématiques tenu à l'Institut Henri-Poincaré, récemment créé.

Ils se donnèrent comme ambitieux projet de réformer l'enseignement du certificat de calcul différentiel et intégral, tel qu'il était dispensé dans toutes les universités françaises.

2.3. Les jeunes turcs

André Weil naquit à Paris en 1906. Son grand-père paternel, Abraham Weill, était un membre important de la communauté juive de Strasbourg. En cette qualité, il fut souvent appelé à résoudre des différends entre des membres de cette communauté. Il eut deux fils dont Bernard Weil le père de notre héros André Weil. A un moment de sa vie, Bernard abrégea son nom de famille, qui perdit le second l.



André Weil

Les parents de Weil émigrèrent à Paris. Bernard Weil étudia la médecine, et il devint un praticien généraliste respecté de la capitale, réputé pour la sûreté de ses diagnostics et les excellents traitements avec lesquels il soignait les patients. Selma et Bernard se marièrent en 1905. La fortune de sa belle-famille permit à Bernard de créer sa propre clinique à Paris et d'entreprendre une brillante carrière de médecin. Il eurent deux enfants, André et Simone (qui deviendra la célèbre philosophe). La famille habitait un appartement sur le boulevard Saint-Michel, dans le Quartier latin, non loin des jardins du Luxembourg. André Weil grandit dans un univers privilégié.



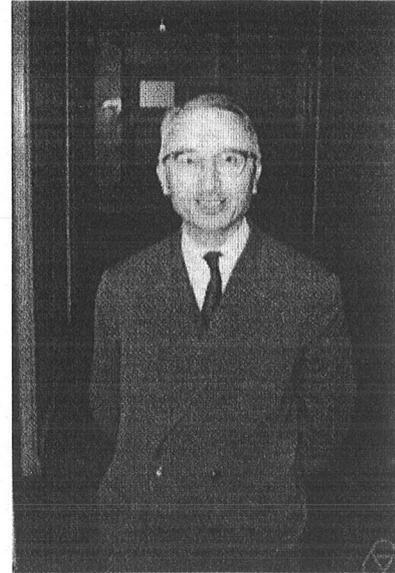
André et Simone Weil

Après avoir passé son agrégation en 1925, Weil commença à voyager. Fasciné par l'art italien, il désirait voir les grands chefs-d'œuvres et partit pour Rome où il séjourna quelque temps avant de visiter Naples, Ravello, la Sicile. Il rencontra en Italie certains des meilleurs mathématiciens dont le pays pouvait s'enorgueillir, notamment Volterra, chez qui il logea quelque temps. Il fit également la connaissance de mathématiciens étrangers qui se trouvaient alors à Rome : Mandelbrojt et Zariski.

Puis Weil obtint une bourse de la fondation Rockefeller qui lui permit d'aller étudier en Allemagne, ce qui lui donna l'occasion - privilège rare, si

l'on considère à quel point il était encore jeune et inconnu - de côtoyer certains des plus grands mathématiciens de l'époque.

Henri Cartan naquit à Nancy le 8 juillet 1904. Son père, Elie, était professeur de mathématiques à l'université de cette ville. En 1909, Elie Cartan fut nommé professeur à la Sorbonne, et la famille emménagea dans la capitale. Cartan junior fit sa scolarité à Paris et à Versailles, et en 1923, il fut reçu à l'Ecole normale supérieure de Paris. Trois ans plus tard, à sa sortie de l'ENS, il reçut une bourse qui allait lui permettre d'achever sa thèse de doctorat. Une fois ses recherches achevées, il passa son doctorat de mathématiques en 1928 et fut nommé professeur dans l'enseignement supérieur à l'université de Strasbourg jusqu'à



Henri Cartan

la déclaration de guerre. En septembre 1939, l'ensemble de l'université de Strasbourg déménagea à Clermont-Ferrand, pour échapper aux périls de la guerre. C'est là que Cartan retrouva André Weil, ainsi que Laurent Schwartz et d'autres mathématiciens français ayant trouvé refuge en Auvergne.

Jean Dieudonné naquit à Lille le 1er juillet 1906. Le jeune garçon alla d'abord à l'école dans la capitale, mais, voulant qu'il apprenne l'anglais, son père l'envoya dans un collège sur l'île de Wight, en Angleterre, où il passa l'année scolaire 1919-20. C'est là que Jean Dieudonné se prit de passion pour les mathématiques. En 1924, il commença ses études de mathématiques à l'Ecole Normale supérieure, où il rencontra et se lia d'amitié avec André Weil. Dieudonné sortit de Normale sup en 1927, passant brillamment l'agrégation (il fut reçu premier). Il passa son



Jean Dieudonné

doctorat en 1931, et prit un poste à l'université de Rennes, qu'il occupa jusqu'à la veille de la Seconde Guerre mondiale.

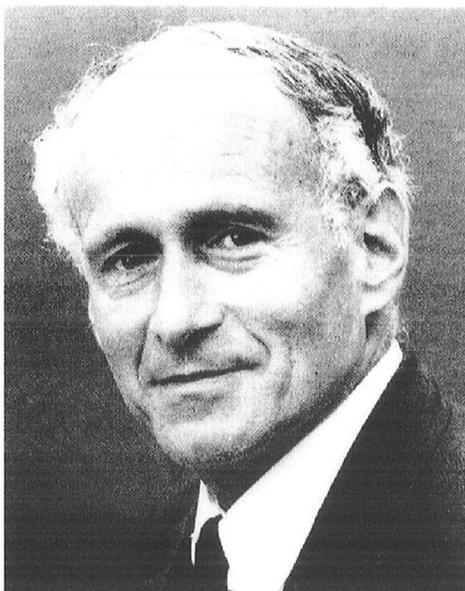
Claude Chevalley naquit le 11 février 1909 à Johannesburg, en Afrique du Sud, où son père, diplomate, était consul général de France. De retour en France, le jeune Claude alla à l'école à Chançay, en Touraine, où ses parents avaient acquis une vaste propriété en 1910. Claude alla ensuite au lycée à Paris, et à l'âge de dix-sept ans, fut admis à l'Ecole normale supérieure, où il rencontra et se lia d'amitié avec André Weil, qui venait de regagner Paris après avoir sillonné l'Allemagne et l'Italie. Les deux jeunes gens éprouaient une passion commune pour la théorie des nombres,



Claude Chevalley

notamment les nombres algébriques, sujet méconnu en France à cette époque, mais qu'ils espéraient bien tirer de l'obscurité.

Laurent Schwartz naquit à Paris le 5 mars 1915. Son père, Anselme Schwartz, étudia la médecine, et devint en 1907 le premier chirurgien juif employé par un hôpital de Paris. Anselme épousa sa cousine, Claire Debré, issue d'une grande famille juive française : au nombre de ses membres figureront le grand rabbin de Neuilly, un président de l'Académie de médecine, et plusieurs hommes politiques gaullistes.



Laurent Schwartz

Laurent avait un grand-oncle qui était Jacques Hadamard, l'un des plus célèbres mathématiciens de la fin du

XIXème et du début du XXème siècle, et qui fut le maître d'André Weil.

2.4. Le fonctionnement de Bourbaki

Du point de vue légal, Bourbaki est "l'association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki". Cette association à but non lucratif, sous le régime de la loi de 1901, a son siège social au 45 rue d'Ulm, aux termes d'une convention passée avec l'Ecole normale supérieure.

Bourbaki fonctionne comme une société secrète ; on ne connaît pas la liste des membres en activité. La retraite officielle des membres est à l'âge de 50 ans.

L'ambition initiale était d'écrire un ouvrage encyclopédique, donnant des fondations de l'ensemble des mathématiques classiques et modernes ; elle s'appuyait sur une méthode, l'axiomatique, au service d'une idéologie, celle des structures.

Nicolas Bourbaki
Eléments de Mathématique
Mode d'emploi du traité

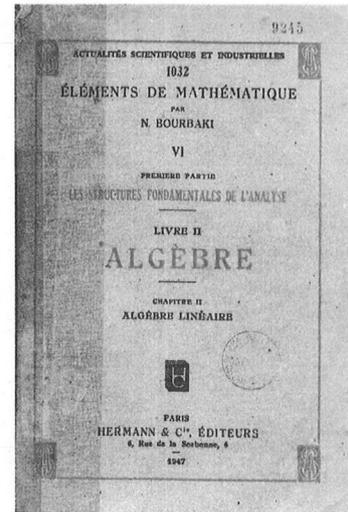
1. Le traité prend les mathématiques à leur début, et donne des démonstrations complètes. Sa lecture ne suppose donc, en principe, aucune connaissance mathématique particulière, mais seulement une certaine habitude de raisonnement mathématique et un certain pouvoir d'abstraction.

Néanmoins, le traité est destiné plus particulièrement à des lecteurs possédant au moins une bonne connaissance des matières enseignées dans la première ou les deux premières années à l'Université.

2. Le mode d'exposition suivi est axiomatique et abstrait ; il procède le plus souvent du général au particulier. Le choix de cette méthode est imposé par l'objet principal du traité, qui est de donner des fondations solides à tout l'ensemble des mathématiques modernes.

Bourbaki invente sa méthode de travail : une écriture collective soumise à une critique mutuelle sans concession, et une publication anonyme.

Une fois qu'une discussion était terminée, un rédacteur était désigné. Il produisait une version préliminaire sur le sujet, puis le groupe discutait de ce brouillon et débattait de ses différents points. Un autre rédacteur était alors chargé d'écrire une autre version, après quoi une nouvelle discussion avait lieu, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la rédaction finale soit mise au point. Avec une telle méthode de travail, il était impossible d'attribuer un texte produit par Bourbaki à aucun des membres du groupe en particulier. Toutes les décisions devaient être prises à l'unanimité, et toute décision pouvait être remise en question à n'importe quel moment. Cette méthode donnait lieu à un processus d'écriture laborieux, mais elle garantissait que le



produit final était toujours le fruit d'un travail collectif plutôt que l'œuvre individuelle d'un membre du groupe.

2.5. Le bilan des ouvrages

S'appuyant sur un solide résumé de la théorie des ensembles paru en 1939, les six premiers livres prennent forme, malgré le handicap des années de guerre (1940-1945) qui provoquent la dispersion du groupe (entre la France et les Etats-Unis d'Amérique).

Durant les années (1950-1970) : la méthode est au point, les six premiers livres s'achèvent rapidement. Grâce à une constellation de talents exceptionnels (dont trois médailles Fields : Schwartz, 1950 ; Serre, 1954 ; Grothendieck, 1966) et à la collaboration des meilleurs spécialistes de géométrie algébrique et des groupes de Lie, la "deuxième partie" de Bourbaki (livres 7 à 9) se constitue en moins de quinze ans, et devient la référence incontournable.

Un total de 10.000 pages compte tenu des rééditions totalement refondues

2.6. L'influence de Bourbaki sur la vie mathématique

Dans les années 50, Bourbaki publiait un ou deux volumes chaque année, et les étudiants en mathématiques se précipitaient dans les librairies pour acheter ces livres et apprendre, enfin, les mathématiques d'une façon rigoureuse, exhaustive et exacte. Pendant cette période extrêmement productive, Bourbaki se réunit deux ou trois fois par an : des rencontres d'une semaine avaient lieu à l'automne, et d'autres au printemps, et un congrès de deux semaines se tenant chaque été. Lors de ces rencontres, les membres de Bourbaki travaillaient avec acharnement - souvent jusqu'à dix ou douze heures par jour.

Bourbaki domine toute la vie mathématique française, dont c'est un âge d'or. Cartan, Dieudonné et Schwartz bataillent avec succès pour la rénovation du contenu de l'enseignement universitaire des mathématiques. La bataille est gagnée à Paris vers 1957-1958, et quelques années plus tard en province, grâce à l'envoi d'une cohorte de disciples enthousiastes. Les séminaires de Cartan et Bourbaki (à partir de 1948), puis de Schwartz (après 1953), Chevalley (à partir de 1956) et de Grothendieck (dès la fondation de l'IHES en 1958) sont les creusets où toute une génération de

mathématiciens apprend son métier. Bourbaki est devenu un pilier de l'*establishment* ; il domine la Sorbonne, le Collège de France, le CNRS, l'Ecole normale supérieure, l'Ecole polytechnique (la botte recherche), et commence à investir l'Académie des sciences.

Cela dit, plus que les traités eux-mêmes, "l'esprit Bourbaki" allait profondément influencer les années 1950.

"... Elles furent une période d'influence grandissante de Bourbaki, à la fois par les traités et les recherches individuelles de ses membres. Rappelons en particulier "l'explosion française" en topologie algébrique, les faisceaux cohérents en géométrie analytique puis en géométrie algébrique sur les complexes, plus tard dans le cas abstrait, et l'algèbre homologique.

"... L'influence de Bourbaki sur le travail et la vision des mathématiques de chacun était évidente pour beaucoup de mathématiciens de ma génération. Pour nous H. Cartan était l'illustration la plus frappante, presque l'incarnation de Bourbaki. Tout son travail ne semblait pas faire intervenir d'idées radicalement nouvelles, révolutionnaires. Il consistait plutôt, selon une approche tout à fait bourbakiste, en une succession de lemmes naturels, d'où découlaient soudainement des théories importantes" (A. Borel).



André Weil et Armand Borel

2.7. Un lent déclin (après 1975) : il a de nombreuses causes. Le départ des pionniers a tari le souffle messianique du début ; c'est le jeu naturel des générations. Les objectifs initiaux ont été atteints : on dispose d'une imposante encyclopédie des mathématiques, et la méthode est suffisamment connue pour que des imitateurs traitent des sujets non couverts par les *Eléments*. A la suite d'un long procès, Bourbaki a dû changer d'éditeur. Lorsque la publication reprend, après une interruption de 1975 à 1980, Bourbaki lance ses derniers feux (5 vol. neufs ou refondus) : puis c'est un silence complet (toutefois, en 2012, Bourbaki a réédité le chapitre 8 de l'Algèbre "Modules et anneaux semi-simples" entièrement refondu).

2.8. Les critiques

Le mouvement dit des “mathématiques modernes” essaie d'imposer un style axiomatique et abstrait dans l'enseignement élémentaire et secondaire. Les excès et les imprudences de certains thuriféraires trop zélés provoqueront un discrédit, dont souffrira la réputation de Bourbaki.

“De nos jours les livres insistent trop sur les preuves formelles et vraiment trop peu sur les motivations et les idées. Bien sûr, il s'agit là de quelque chose de difficile - expliquer des motivations et des idées.

“Il y a des exceptions. Je pense que les Russes sont une exception. Je pense que la tradition russe en mathématiques a été moins formalisée et structurée que la tradition occidentale, qui est sous l'influence des mathématiques françaises. Les mathématiques françaises ont été dominantes et ont formé une école très formalisante. Je crois qu'il est regrettable que la plupart des livres aient tendance à être écrits de cette manière par trop abstraite et ne cherchent pas à communiquer la compréhension des choses.” (R. Minio et M. Atiyah “An interview with Michael Atiyah”, *Mathematical Intelligencer*, 6, 9-19, 1984).

“Les Bourbaki étaient des puritains, et les puritains sont fortement opposés aux représentations picturales des vérités de leur foi... Bourbaki est le fils spirituel de la philosophie allemande. Il a été fondé pour développer et propager les conceptions philosophiques allemandes sur la science. La science allemande a toujours plu à André Weil, et il citait toujours Gauss. Tous ces gens, avec chacun ses goûts et ses opinions personnelles, étaient des tenants de la philosophie allemande. Et il y avait cette idée qu'il y a une opposition entre l'art et la science. L'art est fragile et mortel, parce qu'il en appelle aux émotions, à la signification visuelle, et à des analogies informulées” (P. Cartier).

7.9. Un exemple unique de collaboration

"Ce qui reste le plus vivace dans mon esprit est la collaboration dépourvue d'égoïsme, durant de nombreuses années, de mathématiciens de personnalités diverses en vue d'un objectif commun ; une expérience vraiment unique, peut-être un cas unique dans l'histoire des mathématiques. Les devoirs et obligations étaient acceptés comme allant de soi, on n'en discutait même pas, un fait qui me semble de plus en plus

étonnant, presque irréel, au fur et à mesure que ces événements reculent dans le passé” (A. Borel).

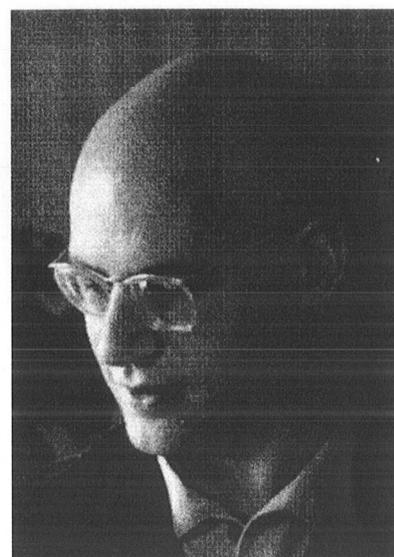
Cette composante humaine est loin d'être négligeable, et les quelques critiques méthodologiques qui peuvent rétrospectivement être adressées à Bourbaki ne doivent pas dissimuler une grande générosité intellectuelle.

Une générosité qui ne peut plus exister dans l'Université entreprise d'aujourd'hui où la règle *publish or perish* s'est imposée un peu partout.

3. L'école de Grothendieck

3.1. Grothendieck quitte Bourbaki

Comme l'a écrit Armand Borel, “les années 50 virent l'émergence [d'un mathématicien] qui était l'incarnation même de Bourbaki dans sa quête de la théorie la plus efficace, la plus générale et la plus fondamentale - je veux parler d'Alexandre Grothendieck”. N'ayant fait “qu'une bouchée des nombreux problèmes sur les espaces vectoriels topologiques que lui avaient soumis Dieudonné et Schwartz, Grothendieck entreprit d'élaborer une théorie de très grande portée.



A. Grothendieck

Grothendieck entra vite en désaccord avec Bourbaki, car les travaux et les objectifs du groupe n'étaient pas assez ambitieux à ses yeux. Finalement, il écrivit sa propre série de livres, et quitta Bourbaki. A l'époque de la quatrième génération, l'objectif du groupe n'était pas aussi clair qu'auparavant. Grothendieck avait à ce stade mis au point son propre programme, plus ambitieux, en dehors de Bourbaki.

3.2. La jeunesse de Grothendieck

Alexandre Grothendieck est né à Berlin le 28 mars 1928. Fils d'Alexander (Sacha) Shapiro d'origine juive et de Johanna (Hanka) Grothendieck. Ses deux parents étaient deux d'ardents et très actifs anarchistes. Comme ils n'étaient pas mariés, et que Hanka était encore officiellement l'épouse d'Alf Raddatz, le nouveau-né fut déclaré à l'état-civil sous le nom de

Grothendieck qu'après le divorce de sa mère. Des années plus tard, une fois installé en France, il changea son prénom d'Alexander en Alexandre.

Ils rejoignent la France, participent à la guerre d'Espagne et sont fichés. Son père est un des premiers à monter dans les trains dirigés vers les camps d'extermination.

En 1940, Hanka et son fils, Alexandre, furent placés dans le camp d'internement de Rieucros, en Lozère - un endroit où règnent une chaleur étouffante en été et un froid mordant en hiver. Dans ce petit camp, les conditions de vie étaient toutefois meilleures que dans d'autres lieux d'internement en France, et le garçon fut même autorisé à aller à l'école dans la ville voisine de Mende.

Il était seul la plupart du temps, et une fois adulte, il appréciera ce "cadeau" qu'il avait reçu dans les camps - l'aptitude à passer du temps dans une solitude complète. Ces heures solitaires lui apprirent en effet à concevoir des pensées et à en tirer des idées en dehors de toute relation avec autrui.

Pour un jeune garçon d'origine juive, il était difficile de survivre dans la France de Vichy. Au début de l'année 1942, la situation empira avec la fermeture du camp de Rieucros. Ses 320 pensionnaires furent transférés dans le camp de concentration de Brens, dont le règlement était plus strict, réduisant encore les espaces de liberté d'Hanka et de son fils.

Hanka avait entendu parler d'une école pour enfants réfugiés, gérée par le "Secours suisse" dans la ville du Chambon-sur-Lignon. Des élèves juifs pouvaient y étudier, à l'abri des persécutions nazies. Hanka réussit à envoyer Alexandre dans cette école. Après sa séparation d'avec son fils, elle fut à nouveau transférée dans un autre camp, celui de Gurs, où elle restera jusqu'à la fin de la guerre.

A la fin de la guerre, il entreprit des études supérieures, c'est à Strasbourg que Dieudonné et Schwartz lui soumièrent des questions sur les espaces vectoriels topologiques qu'il maîtrisa en peu de temps, et cela le conduira au doctorat.

Etant apatride et ne pouvant voyager qu'avec un passeport de l'ONU, Grothendieck éprouva de grandes difficultés à obtenir un poste en France qui lui permettrait de gagner sa vie. Faire des mathématiques n'était pas tout ; encore fallait-il pouvoir en vivre. Voyant son avenir bouché, il décida de s'exiler au Brésil, et donna des cours sur les espaces vectoriels topologiques à São Paulo en 1953 et 1954. Il passa ensuite la première partie de l'année 1955 à l'Université du Kansas, à Lawrence, aux Etats-Unis. Il fut ensuite professeur invité à l'université de Chicago pour le

reste de cette même année. Pendant tout ce temps, Grothendieck espérait trouver un poste en France, mais ses candidatures restaient infructueuses, à cause de son statut.

3.3. Un miracle se produit, la création de l'IHES

A l'automne 1957, un homme d'affaires français passionné de physique, Léon Motchane, décida de fonder près de Paris un institut sur le modèle de l'Institute for Advanced Studies de Princeton. Il voulait en faire un centre de recherches en mathématiques et en physique théorique de très haut niveau. Baptisé Institut des hautes études scientifiques (IHES), l'établissement ouvrit ses portes en juin 1958 à Bures-sur-Yvette.

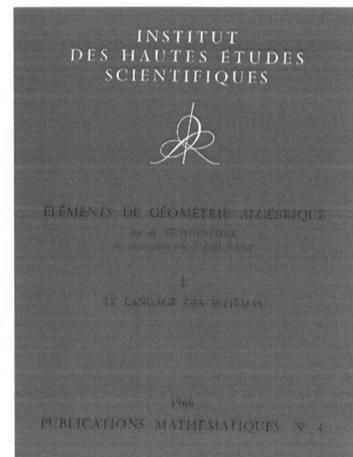


A. Grothendieck

Aujourd'hui, l'IHES est l'une des plus prestigieuses institutions de recherches dans le domaine des mathématiques. On a pu dire qu'il avait été en fait, créé pour que Grothendieck, qui était apatride et n'avait pas de perspectives de trouver un poste en France, puisse trouver un emploi. A peine l'institut créé, Jean Dieudonné et Alexandre Grothendieck furent effectivement nommés ensemble à deux postes d'enseignement de l'institut. Ils prirent leurs fonctions en mars 1959, et Grothendieck commença à diriger des séminaires sur la géométrie algébrique.

En 1957, Grothendieck commença à jeter les fondations de la géométrie algébrique à partir de la notion généralisée de variété algébrique énoncée par Cartier, appelée aujourd'hui *schéma*.

Grothendieck jeta ensuite les bases d'un projet très ambitieux : réécrire toute la géométrie algébrique dans un livre intitulé *Eléments de géométrie algébrique*. Il envisageait de diviser l'ouvrage en treize chapitres, dans lesquels l'essentiel de la géométrie algébrique serait exposé dans le nouveau langage des schémas. Grothendieck présentait que sa nouvelle approche contribuerait à démontrer les conjectures formulées quelque temps plus tôt par André Weil à propos de la fonction zêta des variétés algébriques sur les corps finis.



Grothendieck projetait de consacrer le chapitre final de son livre à cette démonstration. Malgré l'aide de Jean Dieudonné, avec qui il collaborait, il ne parvint à achever que quatre chapitres - soit environ 2 000 pages - de cet ambitieux projet (édité aux PUF).

Un séminaire sur ces sujets, que Grothendieck dirigea pendant les années 60 et le début des années 70, fournit la matière destinée à figurer dans les chapitres restants, mais ils ne furent jamais écrits (par lui). Le livre et les séminaires de Grothendieck exercèrent une immense influence sur le développement des mathématiques dans la deuxième moitié du XXème siècle.

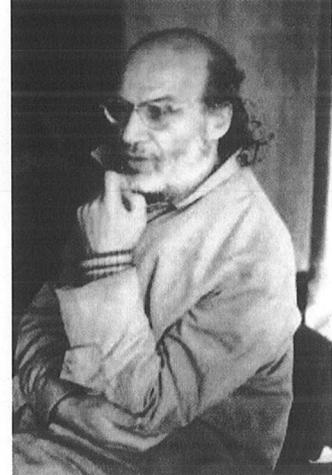
Ses idées frayèrent la voie à l'un de ses étudiants, Pierre Deligne, qui parvint finalement à démontrer les conjectures de Weil. Par ailleurs, les travaux novateurs de Grothendieck dans le domaine aidèrent grandement Gerd Faltings à démontrer la conjecture de Mordell.

Ses cours attiraient de nombreux mathématiciens de France et du monde entier. Son cercle devint "l'école de Grothendieck", dans laquelle ses idées étaient étudiées, développées, diffusées et promues. Grothendieck savait de façon intuitive quelle personne était susceptible de s'intéresser à un problème donné. Il possédait une sorte de sixième sens lui permettant de deviner quel problème particulier avait le plus de chances d'être résolu par tel ou tel de ses étudiants ou confrères, et nombre de ses idées devinrent des théorèmes et des sujets de doctorat pour ses étudiants.

Pendant plus de dix ans, Grothendieck fut le maître indiscuté de la géométrie algébrique. Les chantiers qu'il ouvrit dans cette discipline excédant les forces d'un seul mathématicien, il fournit des pistes de recherche à de nombreux élèves, disciples ou confrères, qui cherchèrent ensuite avec ardeur des solutions aux problèmes qu'il leur avait proposés. Un certain nombre de mathématiciens américains, russes et japonais de premier plan virent leurs recherches aboutir parce que Grothendieck les avait encouragés à étudier les bons problèmes et leur avait prodigué ses conseils.

En 1966, Grothendieck reçut la Médaille Fields pour son immense contribution aux mathématiques. Grothendieck devait recevoir la Médaille Fields au Congrès international des mathématiciens, qui se tenait cette année-là à Moscou. Pour des raisons politiques, cependant, il refusa de se rendre en Russie pour recevoir le prix. Il était devenu très radical dans ses opinions, et son activisme politique lui prenait du temps au détriment de ses travaux mathématiques.

En 1970, Grothendieck découvrit que l'IHES était subventionné par le gouvernement français, et qu'une partie des fonds alloués à l'organisme provenait de sources militaires. Cette découverte provoqua une crise dans la vie de Grothendieck, qui abandonna sans autre forme de procès son poste de professeur à l'institut. Avec l'aide de Jean-Pierre Serre, qui occupait une chaire au Collège de France, à Paris, Grothendieck obtient un poste d'enseignant temporaire, pour deux ans, dans cette prodigieuse institution. Mais ses centres d'intérêt avaient désormais complètement changé - des mathématiques à l'écologie. Fondateur de l'association écologiste Survivre et Vivre, il s'était résolument engagé dans les mouvements politiques luttant pour la défense de l'environnement et contre la guerre.



A. Grothendieck

Pour obtenir son poste au Collège de France, Grothendieck devait donner à l'administration du Collège un polycopié de chacun des cours qu'il comptait donner. Mais il n'avait plus aucune envie d'enseigner les mathématiques - son seul désir était de parler d'écologie et de faire des discours contre les armements nucléaires et la guerre au Vietnam. C'était inacceptable pour la direction de l'institution, et son poste ne fut pas renouvelé au-delà de 1973.

Grothendieck accepta alors un poste à l'université de Montpellier, où il enseigna jusqu'en 1984. Ses souvenirs font clairement apparaître qu'il était plutôt déprimé d'enseigner dans cette université française de province, mais il n'avait pas le choix. Son engagement pour toutes sortes de causes politiques indisposait ses amis et confrères. Personne ne put l'aider à trouver un poste plus en vue. Lassé par l'enseignement, Grothendieck posa sa candidature à un poste de chercheur au CNRS, mais ses démarches furent là encore vaines.

Entre 1983 et 1985, il écrit ses Mémoires, *Récoltes et semailles*, manuscrit qui reste aujourd'hui inédit. Ils contiennent à la fois des souvenirs personnels et des développements sur des sujets mathématiques.

Grothendieck vivait à la campagne près de Montpellier, passant le plus clair de son temps à écrire des milliers de pages de méditations sur des sujets variés. Il devait brûler par la suite une bonne partie de ces écrits.

En 1988, il reçut le Prix Crawford conjointement avec un des ses anciens étudiants, Pierre Deligne. Il refusa le prix. Le 10 janvier 1988, Grothendieck démissionna officiellement de toutes ses fonctions. En août 1991, il quitta soudainement son domicile.

Conclusion

Je vous ai parlé de l'Ecole mathématique française de 1930 à 1970 avec deux figures essentielles que sont Nicolas Bourbaki et Alexandre Grothendieck.

Si je ne parle pas de l'époque 1970-2010, est-ce parce que l'Ecole française a décliné ? Certainement pas, les nouvelles médailles montrent le contraire : 1982, A. Connes, 1994 J.C. Yoccoz et P.L. Lions, 2002 L. Lafforgue, 2006 W. Werner, 2010 B.C. Ngo. et C. Villani . La période omise est tout aussi florissante.

J'ai aussi centré mon exposé sur une élite, essentiellement celle qui obtient les médailles. L'origine en est claire, en dehors de Grothendieck, les autres médaillés français sont tous issus de l'ENS, fameuse école créée en 1794.

Je ne voudrais pas laisser penser qu'en dehors de cette élite célébrée par la compétition internationale de la médaille Fields, il n'y a rien d'autre. Grossièrement la recherche mathématique française compte 3700 individus. Parmi ces derniers, certains sont des mathématiciens de grande valeur.

Après la seconde guerre mondiale la recherche mathématique était essentiellement concentrée à Paris (Sorbonne), maintenant il y a de nombreux centres performants en province.

Enfin, des grands résultats, comme ceux qui sont honorés par une médaille Fields n'arrivent jamais seuls. Ils sont toujours précédés par des approches, i.e. des résultats incomplets qui ne traitent que des cas particuliers. A un moment donné, une personne qui a assimilé toutes ces approches, avec une idée nouvelle, arrive à conclure.

Même si mon exposé était tout orienté vers l'éloge de l'activité mathématique en France, il ne serait pas honnête de vous cacher que l'on constate en France et dans d'autres pays une désaffection des étudiants pour cette discipline au profit d'orientations plus lucratives.

Bibliographie

Aczel, Amir D. *Nicolas Bourbaki - Histoire d'un génie des mathématiques qui n'a jamais existé.* J.C. Lattès (2009).

Aira Catherine, Le Pestipon Yves "Alexandre Grothendieck, sur les routes d'un génie"

Un film de Catherine Aira 2013 - France - 106 minutes - Digital vidéo

Production / Diffusion : K Production, TLT - Télé-Toulouse

Participation :

CNC. COSIP, Région Midi-Pyrénées

Organisme(s) détenteur(s) ou dépositaire(s) : K Production liliekprod@wanadoo.fr
y.lepestipon@free.fr

Beaulieu L. , *Bourbaki, une histoire du groupe de mathématiciens français et ses travaux*, Univ. de Montréal, 1989 (thèse).

Borel Armand. , *Twenty-six years with Nicolas Bourbaki 1949-1973* , Notices American math. society, mars 1998 vol. 45 n°3

Cartier Pierre. : *Bourbaki*. Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences 1999 p. 126-127 PUF (1995).

Chouchan, Michèle *Nicolas Bourbaki : faits et légendes*. Editions du Choix (1995).

Chouchan, Nathalie *Les mathématiques, textes choisis*. Corpus. Flammarion (1999).

Patras, Frédéric *La pensée mathématique contemporaine. 2nd édition.*

Science, Histoire et Société. Presses Universitaires de France (2002).

Villani Cédric *Théorème vivant* 2012 Grasset